

LEZIONI DI SCIENZA

1

DELLO STESSO AUTORE:

Helgoland

L'ordine del tempo

Sette brevi lezioni di fisica

Carlo Rovelli

RELATIVITÀ GENERALE

UNA SEMPLICE INTRODUZIONE

*Idee, struttura concettuale, buchi neri, onde gravitazionali,
cosmologia e cenni di gravità quantistica*

TRADUZIONE DI PIETROPAOLO FRISONI



ADELPHI EDIZIONI

TITOLO ORIGINALE:

General Relativity. A Simple Introduction
Ideas, conceptual structure, black holes, gravitational waves,
cosmology, and hints on quantum gravity

© 2021 ADELPHI EDIZIONI S.P.A. MILANO

WWW.ADELPHI.IT

ISBN 978-88-459-3608-1

Anno

2024 2023 2022 2021

Edizione

1 2 3 4 5 6 7 8

INDICE

<i>Prefazione</i>	13
-------------------	----

PARTE PRIMA. BASI

Che cos'è la relatività generale	17
1. Fisica: una teoria di campo della gravità	19
1.1 Relatività speciale	19
1.2 Campi	22
2. Filosofia: che cosa sono lo spazio e il tempo?	25
2.1 Spazio e tempo relativi, spazio e tempo newtoniani	25
2.2 L'idea di Einstein: spazio e tempo di Newton sono un campo	27
2.3 Gli indizi di Einstein: accelerazione rispetto a che cosa?	29
3. Matematica: spazi curvi	32
3.1 Superfici curve	32
3.1.1 Geometria intrinseca	32
3.1.2 Curvatura di Gauss	34
3.1.3 Coordinate generali	36
3.1.4 Frame field e metrica	39
3.2 Geometria di Riemann	45
3.2.1 Geodetiche	50
3.2.2 Campi e derivate su spazi di Riemann	52
3.2.3 Curvatura di Riemann	55

3.3	Geometria	61
3.3.1	Geometria lorentziana	62

PARTE SECONDA. LA TEORIA

4.	Equazioni di base	69
4.1	Campo gravitazionale	69
4.2	Effetti della gravità	70
4.3	Equazioni di campo	71
4.4	Sorgente nell'equazione di campo	73
4.5	Equazioni di vuoto	73
5.	Azione	75
6.	Simmetrie e interpretazione	78
6.1	Tempo e energia	81

PARTE TERZA. APPLICAZIONI

7.	Limite newtoniano	87
7.1	Metrica nel limite newtoniano	87
7.2	Forza di Newton	88
7.3	Dilatazione temporale	89
8.	Onde gravitazionali	93
8.1	Effetti sulla materia	96
8.2	Produzione e rilevazione	99
9.	Cosmologia	103
9.1	Geometria su larga scala dell'universo	105
9.2	Modelli cosmologici di base	109
10.	Campo gravitazionale di una massa	112
10.1	Metrica di Schwarzschild	112
10.2	Problema di Keplero	114
10.3	Deflessione della luce da parte del Sole	120
10.4	Orbite vicino all'orizzonte	122
10.5	Forza cosmologica	126
10.6	Metrica di Kerr-Newman e frame dragging	126
11.	Buchi neri	129
11.1	All'orizzonte	130
11.2	Dentro il buco nero	135
11.3	Buchi bianchi	137

12. Elementi di gravità quantistica	145
12.1 Basi empiriche e teoriche	146
12.2 Discretizzazione: quanti di spazio	148
12.3 Sovrapposizione di geometrie	152
12.4 Transizioni: tunneling da buco nero a bianco e big bounce	155
12.5 Conclusione: la scomparsa dello spaziotempo	158
<i>Indice analitico</i>	159

RELATIVITÀ GENERALE

PREFAZIONE

Ci sono capolavori assoluti che ci emozionano intensamente: il «Requiem» di Mozart, l'«Odissea», la Cappella Sistina, «Re Lear»... Cogliarne lo splendore può richiedere un percorso di apprendistato. Ma il premio è la pura bellezza. E non solo: anche lo schiudersi ai nostri occhi di uno sguardo nuovo sul mondo. La relatività generale, il gioiello di Albert Einstein, è uno di questi.

Questo libretto offre un'introduzione compatta alla relatività generale, dalla sua struttura concettuale ai suoi principali risultati.

Si focalizza sulle idee e le conclusioni più importanti, senza addentrarsi in molti dettagli. I risultati sono derivati nella forma più semplice possibile, evitando complesse manipolazioni matematiche. Include diverse considerazioni originali e tratta alcuni argomenti da una prospettiva non facilmente reperibile altrove. Il capitolo finale introduce nozioni elementari sulla gravità quantistica.

Può essere utilizzato per apprendere i punti essenziali della relatività generale, senza l'ambizione di diventare esperti di tutte le vaste ramificazioni della materia.

Può anche essere utilizzato come complemento ai numerosi ed estesi manuali. Rispetto a questi, si concentra sulla chiarezza concettuale.¹ Presenta la relatività generale nella prospettiva che mi sembra più nitida e anche più fruttuosa per comprendere gli aspetti quantistici della gravità.

Alcuni semplici passaggi matematici fra le equazioni non sono esplicitati, ma una scritta tra parentesi quadre (es. [esercizio]) invita il lettore a risolverli da sé. Il lettore può fidarsi dell'autore, come spesso fanno i fisici quando leggono di matematica; oppure può completare i passaggi e in questo modo acquisire competenza tecnica e impraticarsi con il formali-

1. Uno studente bravo e motivato consulta diversi libri sullo stesso argomento. Due classici, che utilizzo spesso come riferimento, sono *General Relativity* di Bob Wald, che è orientato verso la matematica, enfatizza la prospettiva geometrica e contiene ottimo materiale avanzato, e *Gravitation and Cosmology* di Steven Weinberg, che invece evita l'interpretazione geometrica. Manuali più moderni sono per esempio *Spacetime and Geometry* di Sean Carroll e *Introduction to General Relativity* di Lewis Ryder: di gran lunga più dettagliati rispetto alla semplice introduzione qui esposta. Un buon testo orientato verso la matematica è *Introduction to General Relativity Black Holes & Cosmology* di Yvonne Choquet-Bruhat. Questo solo per menzionare i pochi che conosco meglio.

smo della relatività. Se vi piacciono gli esercizi, esistono interi libri di problemi di relatività generale.¹ Gli argomenti in caratteri più piccoli sono un po' a margine rispetto allo sviluppo principale delle idee, ma non meno importanti.

Ringrazio Aymeric Derville e il mio ottimo traduttore Pietropaolo Frisoni (contrariamente ai miei libri per il largo pubblico, ho scritto questo dapprima in inglese), per avere individuato diversi errori e refusi nella prima versione. Sono sicuro che ne sono rimasti altri e vi sono grato se me li indicherete.

La recente serie di premi Nobel per la fisica della relatività generale (onde gravitazionali 2017, cosmologia 2019, buchi neri 2020) testimonia l'attuale vitalità e fecondità di questa straordinaria teoria. Con questo libro, spero di contribuire a mettere in luce la scintillante bellezza e la semplicità delle idee su cui essa si basa.

Carlo Rovelli
rovelli.carlo@gmail.com

1. Ad esempio *A General Relativity Workbook* di Thomas A. Moore.

PARTE PRIMA
BASI

CHE COS'È LA RELATIVITÀ GENERALE

La relatività generale è la teoria che, per il momento, meglio descrive (i) le interazioni gravitazionali e (ii) gli aspetti geometrici dello spazio e del tempo. Il fatto che questi due argomenti siano collegati è una delle caratteristiche peculiari del contenuto fisico della teoria.

La teoria della relatività è stata costruita da Albert Einstein, con un piccolo aiuto da parte dei suoi amici, nel corso di circa dieci anni, fra il 1907 e il 1917. Oggi trova un vasto impiego in astronomia, astrofisica e cosmologia, e in alcune applicazioni tecnologiche, in particolare i dispositivi GPS (Global Positioning System), che hanno cambiato il modo in cui viaggiamo.

La teoria ha fatto predizioni stupefacenti. Tra queste: buchi neri, onde gravitazionali, espansione dell'universo, red shift gravitazionale e dilatazione del tempo. Sono state *tutte* confermate in modo spettacolare da esperimenti e osservazioni. Finora, essa ha ricevuto solo conferme e non è mai stata smentita.

Molte altre teorie gravitazionali sono state studiate, ma un secolo di osservazioni ha costantemente avallato la relatività generale, escludendo un gran numero delle alternative. L'ultimo caso risale al 2017, quando i segnali elettromagnetici e gravitazionali emessi dalla fusione di due stelle di neutroni sono stati rilevati quasi simultaneamente: questa osservazione ha verificato con una precisione di una parte su 10^{15} la predizione della relatività generale che i due segnali viaggiano alla stessa velocità e ha messo in difficoltà numerose teorie alternative che danno predizioni differenti.

Il regime di validità della teoria è verosimilmente limitato dal fatto che non include effetti quantistici. Ci aspettiamo che questi diventino significativi a scale dell'ordine della lunghezza

$$L_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 10^{-33} \text{ cm}, \quad (0.1)$$

chiamata lunghezza di Planck (G è la costante di Newton, \hbar la costante di Planck e c la velocità della luce [*verifica che L_{Pl} ha effettivamente le dimensioni di una lunghezza*]). Il centro dei buchi neri, quello che accade al termine della loro evaporazione, e l'universo primordiale sono fenomeni dominati da questo regime. L'ultimo capitolo del libro menziona alcune idee attuali su come la relatività generale possa essere estesa per incorporare fenomeni quantistici, e l'informazione empirica che possiamo avere su questo regime.

La relatività generale è basata su un concetto semplice: la gravità è descritta da una teoria di campo, come l'elettromagnetismo; ma questo campo determina *anche* quelle che chiamiamo proprietà geometriche dello spaziotempo.

I fondamenti della teoria hanno tre radici: nella fisica, nella filosofia e nella matematica. I tre capitoli che seguono esaminano una alla volta queste tre radici.